

Esercizio

Sia data la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definita da:

$$f(x) = 2x - 1$$

dopo averla rappresentata, determinare:

- il dominio;
- il codominio;
- l'immagine di $\frac{4}{3}$;
- la controimmagine di 5;
- il punto in cui il grafico della funzione incontra l'asse delle ascisse;
- i valori della x per i quali la funzione è positiva;
- i valori della x per i quali la funzione è negativa.

Stabilire infine, analizzando il grafico, se la funzione è iniettiva, suriettiva o biunivoca.

Risoluzione

Rappresentazione

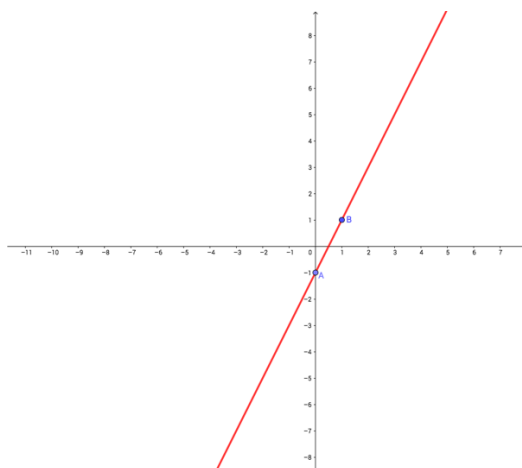
Per rappresentare la funzione è sufficiente determinare le immagini di due valori x_1 e x_2 scelti arbitrariamente.

x	y
0	-1
1	1

Come si nota dalla precedente tabella, i valori arbitrari scelti sono $x_1 = 0$ e $x_2 = 1$. Le corrispondenti immagini sono state calcolate sostituendo tali valori nell'espressione analitica della funzione data, cioè:

- $f(0) = 2 \cdot 0 - 1 = 0 - 1 = -1$
- $f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1$

Posizionando nel piano cartesiano i punti $A(0; -1)$ e $B(1; 1)$, è possibile rappresentare la funzione data.



Liceo Scientifico Statale "S. Cannizzaro" – Palermo
Esercizio svolto sulle funzioni e sulle loro proprietà

Determinazione del dominio

Dal grafico è possibile notare che a tutti i punti dell'asse delle ascisse è possibile associare un punto dell'asse delle ordinate. Di conseguenza, il dominio della funzione coincide con l'insieme dei numeri reali, cioè:

$$\text{dom } f = \mathbb{R}$$

Determinazione del codominio

Dal grafico è possibile notare che a tutti i punti dell'asse delle ordinate è possibile associare una controimmagine sull'asse delle ascisse. Di conseguenza, il codominio della funzione coincide con l'insieme dei numeri reali, cioè:

$$\text{dom } f = \mathbb{R}$$

Determinazione dell'immagine di 4/3

Per determinare l'immagine di 4/3 è sufficiente sostituire tale valore al posto di x nell'espressione analitica della funzione data, cioè:

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right) - 1 = \frac{8}{3} - 1 = \frac{8-3}{3} = \frac{5}{3}$$

Determinazione della controimmagine di 5

Per determinare la controimmagine di 5 è sufficiente sostituire tale valore al posto di y nell'espressione analitica della funzione data e risolvere l'equazione ottenuta:

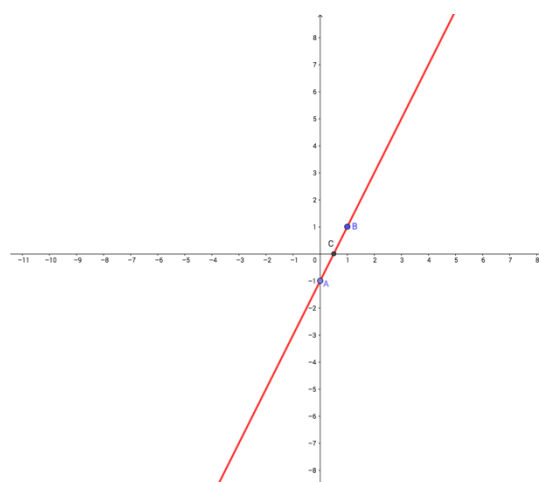
$$5 = 2x - 1 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

Determinazione del punto in cui la funzione incontra l'asse delle ascisse

Quindi, per determinare il punto di intersezione della funzione con l'asse delle ascisse, bisogna ricercare quel valore di x che ha come immagine lo 0, quindi bisogna cercare la controimmagine di zero. Per fare ciò basta risolvere l'equazione:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

Il punto cercato è il punto C in figura.



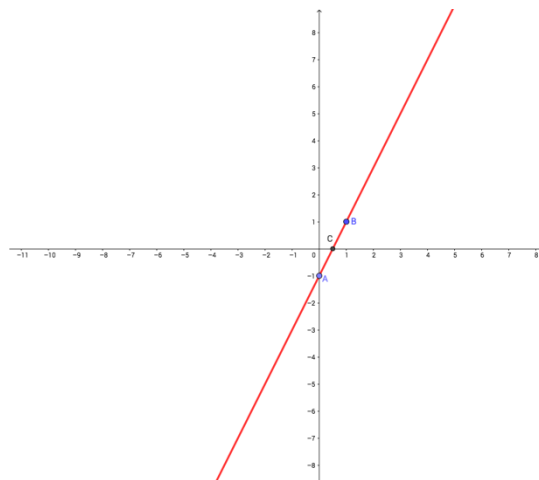
Liceo Scientifico Statale "S. Cannizzaro" – Palermo
Esercizio svolto sulle funzioni e sulle loro proprietà

Determinazione dei valori delle ascisse che rendono positiva la funzione

Analizzando il grafico, per individuare i valori cercati, basta considerare le ascisse che hanno come corrispondente un'ordinata positiva (il grafico della funzione deve stare al di sopra dell'asse delle ascisse).

Si nota che i suddetti valori sono tutte le x maggiori di $1/2$, in formule:

$$f(x) > 0 \quad \forall x > \frac{1}{2}$$



Determinazione dei valori delle ascisse che rendono negativa la funzione

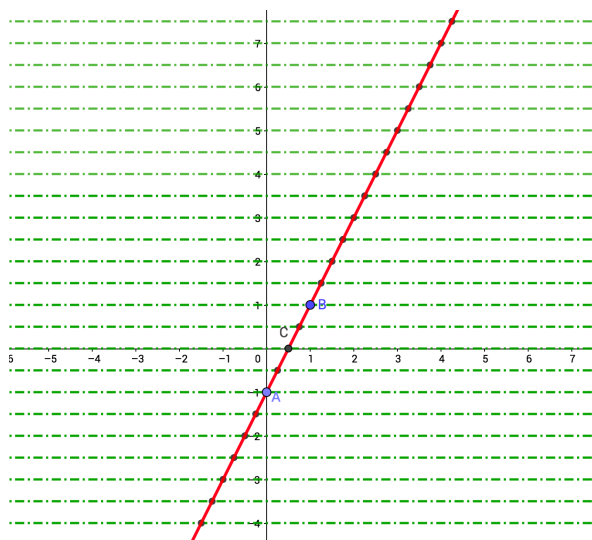
Analizzando il grafico, per individuare i valori cercati, basta considerare le ascisse che hanno come corrispondente un'ordinata negativa (il grafico della funzione deve stare al di sotto dell'asse delle ascisse).

Si nota che i suddetti valori sono tutte le x minori di $1/2$, in formule:

$$f(x) < 0 \quad \forall x < \frac{1}{2}$$

Proprietà della funzione

Effettuando il test delle rette orizzontali è possibile notare come tutti i valori dell'asse delle y hanno una controimmagine x , quindi la funzione è *suriettiva*. Inoltre, tutte le rette orizzontali tracciate incontrano il grafico della funzione soltanto una volta, di conseguenza essa è *iniettiva*. Essendo la funzione iniettiva e suriettiva, sarà *biunivoca*.



Liceo Scientifico Statale "S. Cannizzaro" – Palermo
Esercizio svolto sulle funzioni e sulle loro proprietà

Tabella riassuntiva	
Funzione	$f(x) = 2x - 1$
Dominio	$dom f = \mathbb{R}$
Codominio	$cod f = \mathbb{R}$
$f(x) = 0$	$x = \frac{1}{2}$
$f(x) > 0$	$x > \frac{1}{2}$
$f(x) < 0$	$x < \frac{1}{2}$
Proprietà	biunivoca