

# Lunghezza di un arco di circonferenza e Area del settore circolare

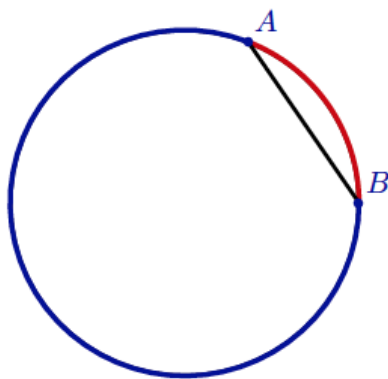
Prof. E. Modica

www.competenzamatematica.it

emodica@liceocannizzaropalermo.edu.it

## Lunghezza di un arco di circonferenza

**Definizione 1.** Dicesi **arco** ciascuna delle due parti in cui una circonferenza viene divisa da due suoi punti detti **estremi** dell'arco.



**Osservazione 1.** Come si evince dalla figura, i punti A e B individuano gli archi segnati in rosso e in blu.

**Definizione 2.** Dicesi **lunghezza** di un arco di circonferenza il numero reale positivo che misura intuitivamente l'estensione dell'arco.

Dalla definizione di radianti  $\alpha = \frac{l}{r}$  segue che la lunghezza  $l$  è data dall'espressione:

$$l = \alpha r$$

con  $\alpha$  espresso in radianti.

**Esempio 1.** Determinare la lunghezza di un arco di circonferenza di raggio  $r = 2m$  sapendo che esso sottende un angolo al centro pari a  $\frac{\pi}{6}$ .

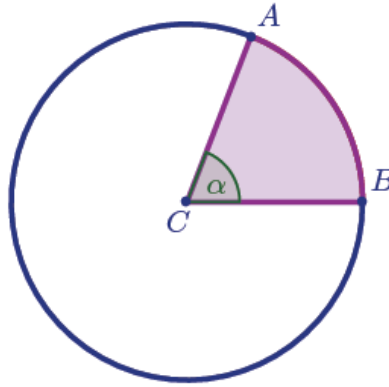
*Risoluzione:*

Applicando la formula precedente si ottiene:

$$l = \alpha r = \frac{\pi}{6} \cdot 2 = \frac{\pi}{3} = 1,047m$$

# Area del settore circolare

**Definizione 3.** Dicesi **settore circolare** l'intersezione di un cerchio con un suo angolo al centro. Se l'angolo al centro è piatto, allora il settore circolare prende il nome di **semicerchio**.



Consideriamo il settore circolare rappresentato in figura, porzione di un cerchio avente raggio  $r$  e con angolo al centro pari ad  $\alpha$ . Poiché la sua area è proporzionale all'angolo al centro che lo individua, si ha:

$$A_{\text{cerchio}} : 2\pi = A_{\text{settore}} : \alpha$$

Dalla proporzione segue che l'area del settore circolare è:

$$A_{\text{settore}} = A_{\text{cerchio}} \cdot \frac{\alpha}{2\pi}$$

e, ricordando che  $A_{\text{cerchio}} = \pi \cdot r^2$ , si ottiene:

$$A_{\text{settore}} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{\alpha \cdot r^2}{2}$$

Sostituendo in quest'ultima relazione  $\alpha = \frac{l}{r}$ , otteniamo:

$$A_{\text{settore}} = \frac{1}{2}\alpha r^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{r} \cdot r^2 = \frac{1}{2}lr$$

Riassumendo:

- Se conosciamo l'ampiezza dell'angolo al centro e il raggio del settore, allora:  $A_{\text{settore}} = \frac{1}{2}\alpha r^2$ .
- Se conosciamo la lunghezza dell'arco e il raggio del settore, allora:  $A_{\text{settore}} = \frac{1}{2}lr$ .

**Esempio 2.** Determinare l'area del settore circolare sapendo che l'angolo al centro è di  $\frac{\pi}{3}$  e che il raggio  $r = 3m$ .

*Soluzione:*

L'area è data da:  $A = \frac{1}{2}\alpha r^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 9 = \frac{3}{2}\pi = 2,09m^2$

**Esempio 3.** Determinare l'area del settore circolare sapendo che il raggio  $r = 4m$  e l'arco ha lunghezza  $l = 7m$ .

*Soluzione:*

L'area è data da:  $A = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 = 14m^2$

## Esercizi proposti

1. Determinare la misura  $l$  dell'arco, noti la misura dell'angolo al centro e il raggio.

$$\bullet \alpha = \frac{\pi}{12} \quad r = 6 \quad [R. \quad \frac{\pi}{2}]$$

$$\bullet \alpha = \frac{\pi}{4} \quad r = 8 \quad [R. \quad 2\pi]$$

2. Determinare l'area di un settore circolare sapendo che l'angolo al centro è  $\alpha = \frac{2}{3}\pi$  e il raggio è  $r = 6m$ .

3. Determinare l'area di un settore circolare sapendo che la lunghezza dell'arco è  $l = 14m$  e il raggio è  $r = 2m$ .