

Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche

Prof. E. Modica

emodica@liceocannizzaropalermo.edu.it

A.S. 2018/2019

Equazioni esponenziali e logaritmiche

Esercizio 1. Risolvere le seguenti equazioni esponenziali e logaritmiche.

a) $\sqrt[x-1]{125} \cdot \sqrt[x+2]{5^8} = \sqrt[x-1]{25} \cdot \sqrt[2x-1]{5^9}$

b) $\sqrt[x+2]{\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}} = \frac{16}{81} \cdot \sqrt[x]{\left(\frac{3}{2}\right)^{x+2}}$

c) $\frac{2^x \cdot \sqrt[3]{7^{1-x}}}{9^{x-1}} = \sqrt[4]{5^{1-x}}$

d) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 7$

e) $3^{x-1} + 3^{x+1} - 3^{x+2} = 3^{2x-2} - 2 \cdot 9^x$

f) $3^{x+1} + 4^{1-x} = \sqrt{9^{x-1}} + 2^{3-2x}$

g) $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$

h) $5^{2-x} + 25^{1-x} = 750$

i) $3^{1+2x} + \frac{4}{3} = 4 \cdot 3^x$

j) $\frac{1}{7^x+1} + \frac{7^x}{49^x-1} = \frac{2 \cdot 7^x-1}{7^x-1}$

k) $\log_4(x+6) + \log_4 x = 2$

l) $2 \log_{\frac{2}{3}} x + \log_{\frac{2}{3}} 3 = \log_{\frac{2}{3}}(5x-2)$

m) $\log_{\frac{1}{2}}(x - \sqrt{1-x^2}) = 0$

n) $\log_6(9x^2 - 1) - \log_6(3x - 1) = 1$

o) $\log_2(3x-1) - \log_2(x+2) + 2 = \log_2(9x-4) - \log_2 x$

p) $\frac{1}{2} \log(x - \sqrt{5}) = \log(7 - x^2) - \frac{1}{2} \log(x + \sqrt{5})$

q) $\frac{1}{4} \log_2(x+1) + \log_8(x-1) = 1 + \log_{16}(x^2 - 1)$

r) $x \log 3 + \log(1 + 3^x) = 1 + 2 \log 3$

s) $\frac{2 \log_4 x - 5}{2 \log_4 x + 1} + \frac{6}{\log_4 x^2 - 3} = \frac{7}{4}$

t) $3 \log_2^2 x + 5 \log_2 x - 2 = 0$

u) $\frac{\log x + 1}{\log x - 1} + \frac{\log x - 1}{\log x + 1} = \frac{2}{\log^2 x - 1}$

v) $\log_2 \log_3(x^2 - 1) = 1$

w) $\log_3(x+1) - 2 \log_{\frac{1}{3}}(x+1) = 1$

x) $\log_3(x+2) + \log_9(x+2) - \log_{\frac{1}{3}}(x+2) = 0$

y) $\log_2(2x-1) = \log_4(1+x) + \log_4(4x-5)$

Soluzioni. a) $x = \frac{4}{5}$; b) $x = 2$; c) $x = 1$; d) $x = 2$; e) $x = 1$; f) $x = \frac{\log 3 - \log 2}{\log 3 + 2 \log 2}$; g) $x = 0$; h) $x = -1$; i) $x = \frac{\log 2 - \log 3}{\log 3}$; j) $x = -\frac{\log 2}{\log 7}$; k) $x = 2$; l) $x_1 = \frac{2}{3}, x_2 = 1$; m) $x = 1$; n) $x = \frac{5}{3}$; o) $x_1 = 2, x_2 = \frac{4}{3}$; p) $x = \sqrt{6}$; q) $x = 2^{12} + 1$; r) $x = 2$; s) $x_1 = \frac{1}{23}, x_2 = 2^7$; t) $x_1 = \sqrt[3]{2}, x_2 = \frac{1}{4}$; u) $x = 1$; v) $x_{1,2} = \pm \sqrt{10}$; w) $x = \sqrt[3]{3} - 1$; x) $x = -1$; y) $x = 2$

Disequazioni esponenziali e logaritmiche

Esercizio 2. Risolvere le seguenti disequazioni esponenziali e logaritmiche.

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x^2-3x} > \frac{16}{9}$

d) $2^{x-3} \cdot 4^{x+1} < 4$

b) $\log_{\frac{3}{2}}(4 - 3x) \geq 0$

e) $3^{2x+1} - 2 \cdot 3^x - 1 \geq 0$

c) $2^{x+1} + 2^{x-1} < 20$

f) $\log_2(1 - x^2) < 1$

$$g) 4^x - 2^x - 2 > 0$$

$$h) \log_{\frac{1}{2}}(x + x^2 - \frac{3}{2}) < 1$$

$$i) \log_2(x + 3 - \sqrt{x-2}) > 2$$

$$j) \log \log(x^2 - 15) < 0$$

$$k) \log_3^2 x - \log_3 x < 0$$

$$l) \log_{\frac{1}{2}}^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x - 2 \geq 0$$

$$m) \log_3^2 x + 2 \log_3 x - 3 < 0$$

$$n) 2(3^x - 2)^2 - 3(3^x - 2) + 1 < 0$$

$$o) \frac{2^x+1}{2^x-1} - \frac{2^x}{2^x+1} \leq \frac{7}{3}$$

$$p) \frac{4^{\sqrt{x}+1} + 4^{\sqrt{x}-1}}{16^{\sqrt{x}} + 1} < \frac{15}{8}$$

$$q) \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2) - \log_{\frac{1}{2}}(x - 2) \leq \log_{\frac{1}{2}}(x + 1)$$

$$r) \log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 3x + 2) - \log_{\frac{1}{4}}(x + 4) \leq \log_{\frac{1}{4}}(x - 3)$$

$$s) \frac{\log_3 x + 1}{\log_3 x - 1} - \frac{\log_3 x + 2}{\log_3 x - 2} + 3 \leq 0$$

$$t) \frac{2}{\log_5^2(x-4)} \leq 2 - \frac{3}{\log_5(x-4)}$$

$$u) \log_2(4^{2x} - 3 \cdot 4^x + 6) \leq \log_2(4^x - 2) + \log_2(4^x + 1)$$

$$v) 2 \cdot 3^{x+1} - 3 \cdot 2^{x+1} < 2^{x+3} - 3^x$$

$$w) 2 \cdot 3^{x+1} - 3 \cdot 2^x < 2^{x+2} - 2 \cdot 3^x$$

$$x) 7 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + \left(\frac{1}{3}\right)^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} > 3$$

Soluzioni. a) $1 < x < 2$; b) $x \leq 2$; c) $x < 3$; d) $x < 1$; e) $x \geq 0$; f) $-1 < x < 1$; g) $x > 1$; h) $x < -2 \vee x > 1$; i) $x \geq 3$; j) $-5 < x < -4 \vee 4 < x < 5$; k) $1 < x < 3$; l) $0 < x < \frac{1}{2} \vee x \geq 4$; m) $\frac{1}{27} < x < 3$; n) $\log_3 \frac{5}{2} < x < 1$; o) $x < 0 \vee x \geq 1$; p) $x \geq 0$; q) $x > 2$; r) $x > 3$; s) $\sqrt[3]{9} \leq x \leq 3 \vee 9 < x \leq 27$; t) $4 < x \leq 4 + \frac{1}{\sqrt{5}} \vee x \geq 29$; u) $x \geq 1$; v) $x < \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2}$; w) $x < \frac{\log 7 - \log 8}{\log 3 - \log 2}$; x) $x < -2$