Equazioni di grado superiore al II

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0$$

$$x(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x(x-3)(x-2) = 0$$

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 3 \qquad x_3 = 2$$

$$x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$$

	1	-7	15	-9
1		1	-6	9
	1	-6	9	//

$$(x-1)(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$(x-1)(x-3)^2 = 0$$

$$x_1 = 1 \qquad x_2 = x_3 = 3$$

$$a \mid b \qquad b = ak$$

Data l'equazione $P(x)=0$ di grado m, si dice che la soluzione x_0 ha molteplicità m se e solo se $(x-x_0)^m \mid p(x)$ e $(x-x_0)^{m+1} \nmid p(x)$.

Equazioni binomie

$$ax^n+b=0$$

$$2x^2-1=0 \; ; \; x^2=\frac{1}{2} \; ; \; x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$16x^4-1=0 \; ; \; x^4=\frac{1}{16} \; ; \; x=\pm\sqrt[4]{\frac{1}{16}}=\pm\frac{1}{2}$$

$$5x^6+3=0 \; ; \; x^6=-\frac{3}{5} \qquad S=\emptyset$$

$3x^3 - 2 = 0$; $x^3 = \frac{2}{3}$; $x = \sqrt[3]{\frac{2}{3}}$

$x^3 - 1 = 0$; $x^3 = 1$; $x = 1$

$(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$x = 1$

$\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$

Numeri complessi

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ $\mathbb{N}$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ $\mathbb{Z}$

$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1/2$ $\mathbb{Q}$

$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$ $\mathbb{R}$

$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$ $\mathbb{C}$

$x = \pm\sqrt{-1} = \pm i$

$i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

unità immaginaria

$a + ib \in \mathbb{C}$ $\qquad -4 + \frac{3}{2} i \in \mathbb{C}$

$2 + 3i \in \mathbb{C}$

$\mathbb{C} = \{ a + ib : a, b \in \mathbb{R} \}$

$(2+3i) + (4-2i) = 6 + i$

$(2+3i)(4-2i) = 8 - 4i + 12i - 6\underbrace{i^2}_{=-1} =$

$= 8 - 4i + 12i + 6 = 14 + 8i$

$\sqrt{-3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{3}\, i$

$\sqrt{-16} = 4i$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 = -3$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{3}\, i}{2} \begin{cases} -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i \\ -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \end{cases}$$

$a + ib$ e $a - ib$ sono coniugati

$$x^4 - 1 = 0 \longleftarrow x^4 = 1,\ x = \pm 1$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$$

$$x = \pm 1 \qquad x^2 = -1$$

$$x = \pm i$$