

## Esercitazione sulle equazioni e sulle disequazioni con moduli e irrazionali

**Esercizio 1.** Risolvere le seguenti equazioni con moduli.

- |                               |                                  |
|-------------------------------|----------------------------------|
| a) $ 2x + 1  = 3x$            | d) $ x^2 - 4  = x^2 - x - 2$     |
| b) $ x^2 + 1  =  2x - 1 $     | e) $ x^2 + 3x  =  x^2 - 4x $     |
| c) $ x  + 2 x + 1  = -2x + 3$ | f) $ x - 1  +  x^2 - 4  = 2 - x$ |

Soluzioni

a)  $S = \{1\}$ ; b)  $S = \{0, 2, -1 \mp \sqrt{3}\}$ ; c)  $S = \left\{-5, \frac{1}{5}\right\}$ ; d)  $S = \left\{-\frac{3}{2}, 2\right\}$ ; e)  $S = \left\{0, \frac{1}{2}\right\}$ ; f)  $S = \{-\sqrt{5}, -\sqrt{3}\}$

**Esercizio 2.** Risolvere le seguenti disequazioni con moduli.

- |                             |                                 |
|-----------------------------|---------------------------------|
| a) $ x^2 - 2x  > 0$         | f) $x x  < x^2 + x - 1$         |
| b) $ x^2 - 2x  > 3$         | g) $ x^2 - 2x  +  x  < 2$       |
| c) $ x^3 - 1  < 7$          | h) $\frac{ x+2 -1}{x^2-3x} > 0$ |
| d) $ x^2 - 2x  \leq 2 - x$  |                                 |
| e) $ x^2 - 1  \geq 2 - x^2$ |                                 |

Soluzioni

a)  $S = \mathbb{R} - \{0, 2\}$ ; b)  $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ ; c)  $S = (-\sqrt[3]{6}; 2)$ ; d)  $S = [-1; 1] \cup \{2\}$ ; e)  $S = \left]-\infty; -\frac{\sqrt{6}}{2}\right] \cup \left[\frac{\sqrt{6}}{2}; +\infty\right[$ ; f)  $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ; g)  $S = \left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}; 1\right)$ ; h)  $S = (-\infty; -3) \cup (-1; 0) \cup (3; +\infty)$

**Esercizio 3.** Risolvere le seguenti equazioni irrazionali.

- |  |  |
|--|--|
| a) $\sqrt[3]{x^3 - 7} = x - 1$                 | d) $\sqrt{1+x} + \sqrt{5-x} = \sqrt{10+x}$ |
| b) $\sqrt{x} - \sqrt{x+5} = -\sqrt{x-3}$       | e) $\sqrt{x^2 + 8x - 4} - x = 3$           |
| c) $\sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2}} = \frac{1}{2}$ | f) $-\sqrt{1-x^2} - x = 2$                 |

Soluzioni

a)  $S = \{1, 2\}$ ; b)  $S = \{4\}$ ; c)  $S = \left\{\frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right\}$ ; d)  $S = \left\{-\frac{2}{5}, 2\right\}$ ; e)  $S = \left\{\frac{13}{2}\right\}$ ; f)  $S = \emptyset$

**Esercizio 4.** Risolvere le seguenti disequazioni irrazionali.

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| a) $\sqrt{9-x^2} > x + 3$        | e) $\sqrt{x^2 - 2x} > x - 1$                         |
| b) $ x^3 - 1  \leq 1 - \sqrt{2}$ | f) $\sqrt{\frac{x}{x+1}} > \frac{x+2}{x+4}$          |
| c) $\sqrt{x^2 + x} < 2\sqrt{3}$  | g) $\sqrt[3]{x^3 - x} > x + 2$                       |
| d) $\sqrt{x^2 - 4x + 5} < x - 3$ | h) $\sqrt{3-x} + \sqrt{x} < \sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}$ |

Soluzioni

a)  $S = (-3; 0)$ ; b)  $S = \emptyset$ ; c)  $S = ]-4; -1] \cup [0; 3[$ ; d)  $S = \emptyset$ ; e)  $S = ]-\infty; 0]$ ; f)  $S = (-4; -1) \cup \left(\frac{2\sqrt{7}-4}{3}; +\infty\right)$ ; g)  $S = \emptyset$ ; h)  $S = ]2; 3]$

# Liceo Scientifico Statale "S. Cannizzaro" – Classe III D

**Esercizio 5.** Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni.

a)  $\sqrt{|x+1|-3} \leq 2\sqrt{2}$

b)  $\frac{\sqrt{|x+1|-2}}{x^6-4x^3-5} \geq 0$

c)  $\frac{\sqrt{4x^2+x+1}-2x-2}{\sqrt{x^2+x+1}} \geq 0$

d)  $\begin{cases} \frac{1}{x^2-2x} < \frac{1}{4-x^2} \\ \sqrt{x^2-1} - x \leq 3 \end{cases}$

e)  $\begin{cases} \frac{|x|+\sqrt{x^2+1}}{6x-x^2} \geq 0 \\ (x^5(x-3))^7 > 0 \end{cases}$

f)  $\frac{|x+1|-2x}{3-|x|-|x-1|} \geq 0$

g)  $\begin{cases} x^3 - x^2 \leq 0 \\ \sqrt{x^2 - 3x} \leq |x-1| \\ \left| \frac{x}{x+1} \right| \leq 2|x| \end{cases}$

h)  $\frac{\sqrt{x^2+1}-x-2}{|x-1|-2} \leq 0$

Soluzioni

a)  $S = [-12; -4] \cup [2; 10]$ ; b)  $S = ]-\infty; -5] \cup (-1; \sqrt[3]{5}) \cup [3; +\infty[$ ; c)  $S = ]-\infty; \frac{3}{7}]$ ; d)  $S = \left[-\frac{5}{3}; -1\right] \cup [1; 2[$ ; e)  $S = (3; 6)$ ; f)  $S = ]-\infty; 1] \cup ]2; +\infty[$ ; g)  $S = \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$ ; h)  $S = \left]-1; -\frac{3}{4}\right] \cup ]3; +\infty[$

**Problema 1.** Un rettangolo non degenere è inscritto in un semicerchio di raggio 1. Indicata con  $x$  la misura dell'altezza del rettangolo, per quali valori di  $x$  il perimetro è minore o uguale a  $3\sqrt{2}$ ?  $[S. 0 < x \leq \frac{\sqrt{2}}{10} \vee \frac{\sqrt{2}}{2} \leq x < 1]$

**Problema 2.** In un trapezio rettangolo non degenere  $ABCD$ , la diagonale minore  $AC$  è perpendicolare al lato obliquo  $BC$ . La base maggiore  $AB$  misura 10. Quali valori potrà assumere la base minore affinché l'altezza del trapezio sia maggiore o uguale alla metà del lato obliquo?  $[S. \frac{5}{2} \leq x < 10]$

**Problema 3.** Considera un trapezio isoscele non degenere  $ABCD$  in cui la base maggiore  $AB$  misura 6, la base minore  $CD$  misura 4 e l'altezza misura  $x$ . Detto  $E$  il punto di intersezione dei prolungamenti dei lati obliqui del trapezio, determina per quali valori di  $x$  il perimetro del triangolo  $AEB$  è minore di 14.  $[S. 0 < x < \frac{\sqrt{7}}{3}]$

**Problema 4.** Considera un quadrato  $ABCD$ , il cui lato misura 4, e la semicirconferenza di diametro  $AB$ , esterna al quadrato. Preso su tale semicirconferenza un punto  $P$  e indicata con  $H$  la proiezione di  $P$  su  $AB$ , pon  $\overline{HB} = x$  e determina per quali valori di  $x$  risulta:

$$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 + \overline{PD}^2 \leq 80$$

$$[S. 0 \leq x \leq 2 - \sqrt{3} \vee 2 + \sqrt{3} \leq x \leq 4]$$