

Dominio di una funzione: tutto in uno sguardo

Metodo: riconosci la struttura $\rightarrow$ scrivi i vincoli $\rightarrow$ risolvi $\rightarrow$ interseca $\rightarrow$ scrivi il dominio.

Prof. Erasmo Modica

Polinomio

$$y = P(x) \quad D = \mathbb{R}$$

Frazione

$$y = \frac{P(x)}{Q(x)} \quad Q(x) \neq 0$$

Radice di indice pari

$$y = \sqrt[2k]{g(x)} \quad g(x) \geq 0$$

Se e' al denominatore: $g(x) > 0$.

Radice di indice dispari

$$y = \sqrt[2k+1]{g(x)}: \text{nessun nuovo vincolo dovuto alla radice.}$$

Logaritmo

$$y = \log_a(g(x)) \text{ con } a > 0, a \neq 1: \quad g(x) > 0$$

Se il logaritmo e' al denominatore: anche $g(x) \neq 1$.

Esponenziale

$$y = a^{g(x)}, \text{ con } a > 0, a \neq 1: \text{ l'esponenziale non aggiunge vincoli.}$$
$$D = D_g$$

Seno e coseno

$y = \sin(g(x)), y = \cos(g(x))$: nessun nuovo vincolo; conta il dominio di g .

Tangente e cotangente

$$y = \tan(g(x)): \quad g(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$
$$y = \cot(g(x)): \quad g(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Arcoseno e arcocoseno

$$y = \arcsin(g(x)), \quad y = \arccos(g(x))$$
$$-1 \leq g(x) \leq 1$$

Arcotangente

$$y = \arctan(g(x)): \text{nessun nuovo vincolo; conta } D_g.$$

Valore assoluto

$$y = |g(x)| \text{ e' definita esattamente dove e' definita } g.$$
$$D = D_g$$

Composizione

Per $y = f(g(x))$ servono entrambe le condizioni:

$$x \in D_g, \quad g(x) \in D_f.$$

Potenze $y = [f(x)]^{g(x)}$

Se l'esponente $g(x)$ puo' assumere valori reali arbitrari, si usa la definizione

$$[f(x)]^{g(x)} = e^{g(x) \ln f(x)},$$

quindi, oltre a $x \in D_f \cap D_g$, serve normalmente

$$f(x) > 0.$$

Attenzione ai casi speciali:

- $y = [f(x)]^n, n \in \mathbb{N}$: basta f definita;
- $y = [f(x)]^{-n}$: anche $f(x) \neq 0$;
- $y = [f(x)]^{p/q}, p/q$ ridotta: la parita' di q determina se la base puo' essere negativa.

Tre esempi lampo

$$y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}: \quad x \geq 1, x \neq 3.$$
$$y = \sqrt{\ln x}: \quad \ln x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1.$$
$$y = \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{\ln x}: \quad x > 0 \text{ e } \frac{x-1}{x+2} > 0, \text{ dunque } x > 1.$$

Controllo finale

Prima di chiudere l'esercizio chiedi:

- ☐ Ho trovato tutti i denominatori?
- ☐ Ho distinto ≥ 0 da > 0 ?
- ☐ Ho controllato logaritmi e funzioni inverse?
- ☐ Ho considerato i vincoli delle funzioni interne?
- ☐ Ho fatto l'**intersezione** di tutte le condizioni?