

Operations in $\mathbb{N}$

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$$

- infinite

$$\forall m \in \mathbb{N} \Rightarrow m+1 \in \mathbb{N}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} - \{0\} \Rightarrow n-1 \in \mathbb{N}$$

- tot. ord.

$$\forall m, n \in \mathbb{N}$$

$$m < n, m = n, m > n$$

- discrete

$$\forall m \in \mathbb{N} \nexists n \in \mathbb{N} : n < m < n+1$$

Addizione

$$3 + 2 = 5$$

$$(3 + 1) + 1 = 5$$

$$\forall m, m \in \mathbb{N} \Rightarrow m + m \in \mathbb{N}$$

Commutativa

$$\forall m, m \in \mathbb{N} \Rightarrow m + m = m + m$$

Associativa

$$\forall m, m, p \in \mathbb{N} \Rightarrow (n + m) + p = n + (m + p)$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow n + 0 = 0 + n$$

0 è elemento neutro per la
Somma

Prodotto

$$3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$

$$\forall m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m \cdot n \in \mathbb{N}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \cdot 1 = 1 \cdot n = n$$

1 è elemento neutro per il prodotto

$$\forall n, m \in \mathbb{N} \Rightarrow n \cdot m = m \cdot n$$

$$\forall m, n, p \in \mathbb{N} \Rightarrow (n \cdot m) \cdot p = n \cdot (m \cdot p)$$

$$\forall m \in \mathbb{N} \Rightarrow m \cdot 0 = 0 \cdot m = 0$$

0 è elemento assorbente

Proprietà distributiva

$$\forall a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$a \cdot (b + c) = ab + ac$$

Sottrazione

$$\forall n, m \in \mathbb{N} \begin{cases} \nearrow n - m \in \mathbb{N} \text{ se } n \geq m \\ \searrow n - m \notin \mathbb{N} \text{ se } n < m \end{cases}$$

$$a - b = c \Rightarrow c + b = a$$

$$\forall a, b, c \in \mathbb{N} \quad a \geq b$$

$$a - b = (a - c) - (b - c)$$

Divisione

$$a : b = c \Rightarrow cb = a$$

$$0 : 3 = \begin{cases} \nearrow 0 \\ \rightarrow \cancel{0} \\ \searrow \text{ind.} \\ \downarrow \text{imp.} \end{cases} \quad 0 : 3 = 0$$

$$3 : 0 = \begin{cases} \nearrow \cancel{1} \\ \rightarrow \text{imp.} \\ \searrow \cancel{\infty} \end{cases}$$

$0 : 0$ indeterminato

$$Q. b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$$

vel $\dot{\vee}$